

综合复习（二）

一、旋转

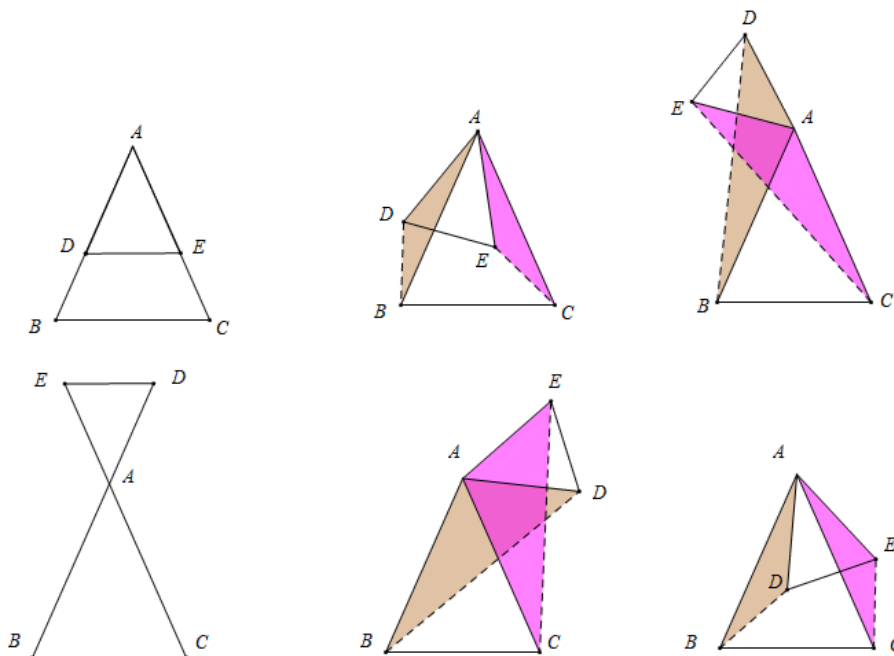
1. 旋转的性质

1、旋转三要素：①_____②_____③_____

2、旋转性质：①对应点到旋转中心的距离_____。
 ②对应点与旋转中心所连线段的夹角都等于_____。
 ③旋转前后图形_____。

2. 手拉手模型

已知等腰 $\triangle ABC$ ， $AB = AC$ ，过 AB 边上的一点 D 作 BC 边的平行线 DE 交 AC 于 E ，将 $\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针旋转一周。



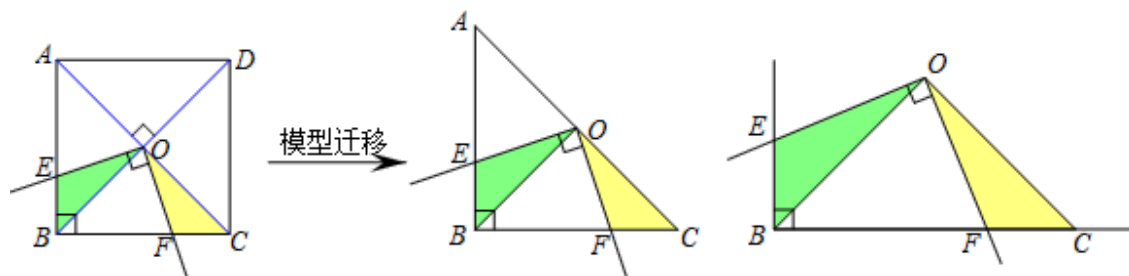
依题可知：由 A 点引发了两个共顶点的等腰三角形，大手_____，小手_____，大手拉小手，通过“_____”可以证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 。

！结论：无论旋转多少度，1、_____，

2、 BD 、 CE 所形成的夹角有一角等于_____。

3. 对角互补模型

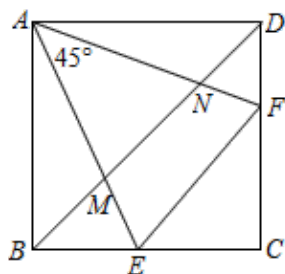
如图，正方形 $ABCD$ ，对角线 AC 、 BD 交于点 O ， $\angle EOF = 90^\circ$ ，与正方形的两边分别交于点 E 、 F



- ! 结论：① $\triangle BOE \cong$ _____, $\triangle AOE \cong$ _____ .
 ② $OE =$ _____, $EF =$ _____ .
 ③ $S_{\text{四边形} OEBF} =$ _____ .

4. 角含半角模型

已知正方形 $ABCD$ ， $\angle EAF = 45^\circ$.



【结论】

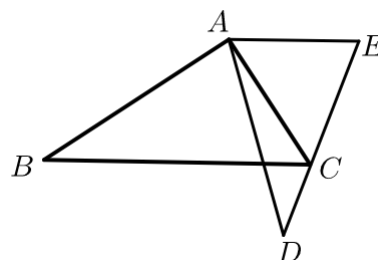
- ① $EF =$ _____ ;
 ② $MN^2 =$ _____ ;
 ③ AE 平分 _____, AF 平分 _____ ;
 ④ 点 A 到 EF 的距离 = _____ .

栗子

1. 下列图形中，是轴对称图形而不是中心对称图形的是（ ）.



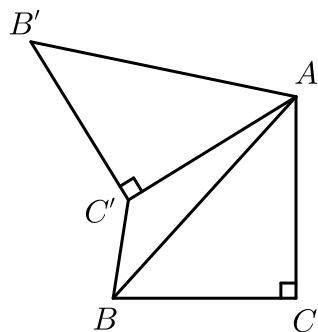
2. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转一定角度，得到 $\triangle ADE$ ，此时点 C 恰好在线段 DE 上，若 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle CAE = 60^\circ$ ，则 $\angle DAC$ 的度数为（ ）.



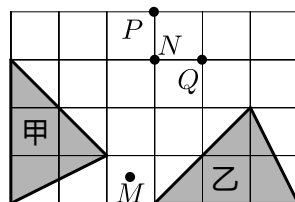
- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°



3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC = \sqrt{2}$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针方向旋转 60° 到 $\triangle AB'C'$ 的位置，连接 $C'B$ ，则 $C'B = \underline{\hspace{2cm}}$.



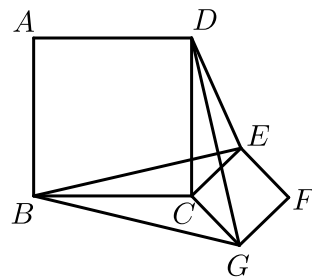
4. 如图，在 6×4 方格纸中，格点三角形甲经过旋转后得到格点三角形乙，则其旋转中心是（ ） .



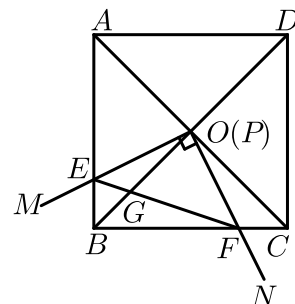
- A. 格点 M B. 格点 N C. 格点 P D. 格点 Q

栗子

5. 如图，正方形 $ABCD$ 和正方形 $CEFG$ 边长分别为 a 和 b ，正方形 $CEFG$ 绕点 C 旋转，给出下列结论：① $BE = DG$ ；② $BE \perp DG$ ；③ $DE^2 + BG^2 = 2a^2 + 2b^2$ ，其中正确结论是 （填序号）



6. 如图，边长为1的正方形 $ABCD$ 有对角线 AC 、 BD 相交于 O ，有直角 $\angle MPN$ ，使直角顶点 P 与点 O 重合，直角边 PM 、 PN 分别与 OA 、 OB 重合，然后逆时针旋转，旋转角为 $\theta(0^\circ < \theta < 90^\circ)$ ， PM 、 PN 分别交 AB 、 BC 于 E 、 F 两点，连接 EF 交 OB 于点 G 。

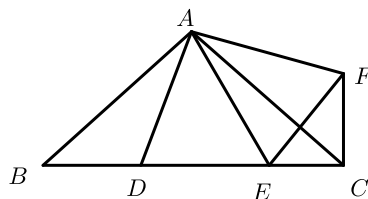


- (1) 求四边形 $OEBF$ 的面积。
- (2) 若 $OG \cdot OB = \frac{1}{3}$ ，求 EF 的长。
- (3) 在旋转过程中，当 $\triangle BEF$ 与 $\triangle COF$ 的面积之和最大时，求 AE 的长。

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle B = \angle ACB = 45^\circ$ ， D 、 E 是斜边 BC 上两点，且 $\angle DAE = 45^\circ$ ，过点 A 作 $AF \perp AD$ ，垂足是 A ，过点 C 作 $CF \perp BC$ ，垂足是 C ，交 AF 于点 F ，连接 EF ，下列结论：

- ① $\triangle ABD \cong \triangle ACF$ ；
- ② $DE = EF$ ；
- ③ 若 $S_{\triangle ADE} = 10$ ， $S_{\triangle CEF} = 4$ ，则 $S_{\triangle ABC} = 24$ ；
- ④ $BD + CE = DE$ 。

其中正确的有（ ）个。



A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

二、圆

1. 垂径定理

垂径定理：垂直于弦的直径平分____，并且平分弦所对的_____。

垂径定理推论：平分弦（不是直径）的直径_____于弦，并且_____弦所对的两条弧。

2. 圆周角定理

圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的_____等于这条弧所对的_____。

圆内接四边形的性质：圆的内接四边形_____。

3. 圆的切线

切线的判定定理：经过_____的外端并且_____于这条半径的直线是圆的切线。

证明一条直线是圆的切线有两个思路：①若给出直线与圆有公共点：_____；

②若没给直线与圆的交点：_____。

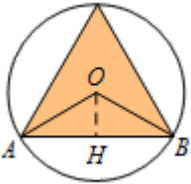
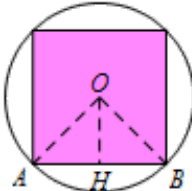
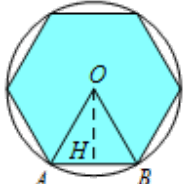
切线性质定理：圆的切线_____于过切点的半径。

推论1：经过圆心且垂直于切线的直线必经过_____。

推论2：经过切点且垂直于切线的直线必经过_____。

切线长定理：从圆外一点可以引圆的两条切线，它们的_____，这一点和圆心的连线_____两条切线的夹角。

4. 与圆有关的计算

	正三角形	正方形	正六边形
图形			
边心距 : 半径 : 边长	$1 : 2 : 2\sqrt{3}$	$1 : \sqrt{2} : 2$	$\sqrt{3} : 2 : 2$

弧长公式：_____。

扇形面积公式： $S_{\text{扇形}} =$ _____。

利用扇形的弧长的计算公式有：

$S_{\text{扇形}} =$ _____。（ l 是这个扇形的_____）

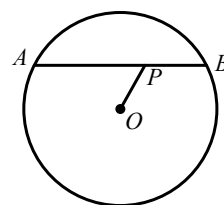
圆锥的侧面积为 $S_{\text{侧}} =$ _____，

圆锥的全面积为 $S_{\text{全}} =$ _____。

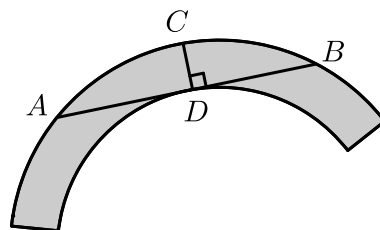
设这个展开的扇形圆心角为 n° ，圆锥的侧面积还可以表示为 $S_{\text{侧}} =$ _____。

栗子

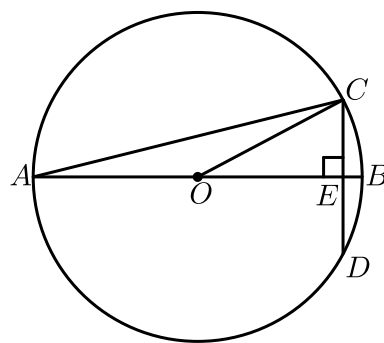
8. 如图， AB 为 $\odot O$ 的弦， P 为 AB 上一点，且 $PA = 8$ ， $PB = 6$ ， $OP = 4$ ，则 $\odot O$ 的半径为_____。



9. 如图是一个圆环形黄花梨木摆件的残片，为求其外圆的半径，小林在外圆上任取一点 A ，然后过点 A 作 AB 与残片的内圆相切于点 D ，作 $CD \perp AB$ 交外圆于点 C ，测得 $CD = 15\text{cm}$ ， $AB = 60\text{cm}$ ，则这个摆件的外圆半径是_____ cm。

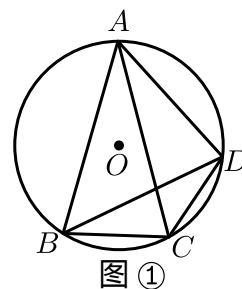


10. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 如果 $\angle A = 15^\circ$, 弦 $CD = 4$, 那么 AB 的长是 _____ .

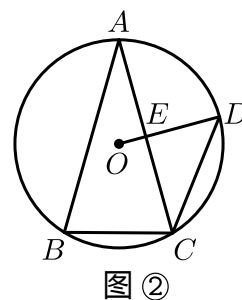


栗子

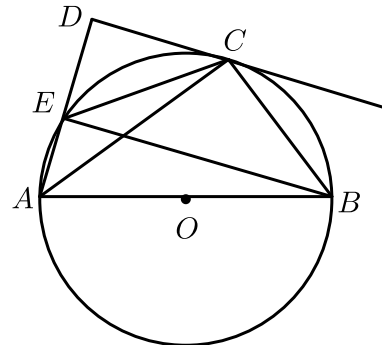
11. 已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $AB = AC$, $\angle ABC = 75^\circ$, D 是 $\odot O$ 上的点.
- (1) 如图①, 求 $\angle ADC$ 和 $\angle BDC$ 的大小.



- (2) 如图②, $OD \perp AC$, 垂足为 E , 求 $\angle ODC$ 的大小.

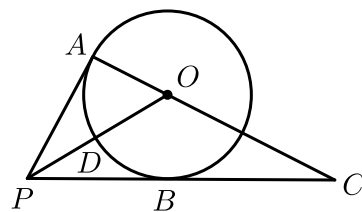


12. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 切 $\odot O$ 于点 C , AD 交 $\odot O$ 于点 E , AC 平分 $\angle BAD$, 连接 BE .



- (1) 求证: $CD \perp ED$.
- (2) 若 $CD = 4$, $AE = 2$, 求 $\odot O$ 的半径.

13. 如图, PA 、 PB 是 $\odot O$ 的切线, A 、 B 为切点, 连接 AO 并延长, 交 PB 的延长线于点 C , 连接 PO , 交 $\odot O$ 于点 D .

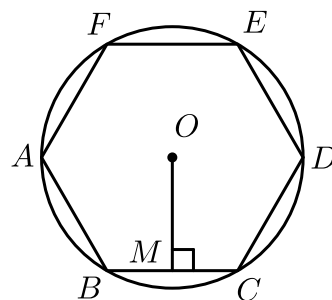


- (1) 求证: $\angle APO = \angle CPO$.
- (2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, $OP = 6$, $\angle C = 30^\circ$, 求 PC 的长.

14. 若正方形的边长为6，则其外接圆半径与内切圆半径的大小分别为（ ）.

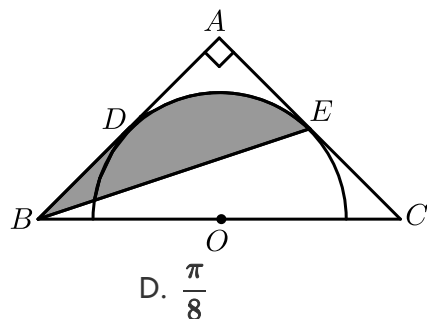
- A. $6, 3\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}, 3$ C. $6, 3$ D. $6\sqrt{2}, 3\sqrt{2}$

15. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ ，半径为4，则这个正六边形的边心距 OM 和 $\widehat{BC}$ 的长分别为（ ）.



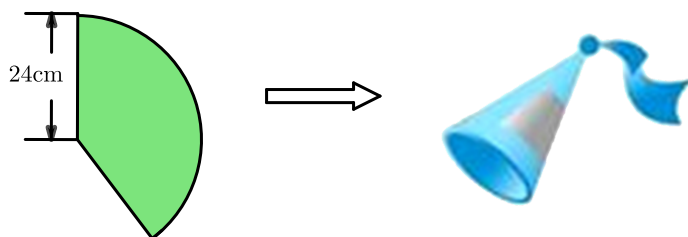
- A. $2, \frac{\pi}{3}$ B. $2\sqrt{3}, \pi$ C. $\sqrt{3}, \frac{2\pi}{3}$ D. $2\sqrt{3}, \frac{4\pi}{3}$

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AC = 2$ ，点 O 是边 BC 的中点，半圆 O 与 $\triangle ABC$ 相切于点 D 、 E ，则阴影部分的面积等于（ ）.



- A. $1 - \frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $1 - \frac{\pi}{8}$ D. $\frac{\pi}{8}$

17. 小刚用一张半径为24cm的扇形纸板做一个如图所示的圆锥形小丑帽子侧面（接缝忽略不计），如果做成的圆锥形小丑帽子的底面半径为10cm，那么这张扇形纸板的面积是 _____ cm^2 .



三、相似三角形

1. 相似三角形的定义

相似三角形的定义：_____的两个三角形叫做相似三角形.

2. 相似三角形的判定

相似三角形的判定：

- ① _____ 于三角形一边的直线和其他两边相交，所构成的三角形与原三角形相似．
- ② _____ 的两个三角形相似．
- ③ _____ 且 _____ 的两个三角形相似．
- ④ _____ 的两个三角形相似．

3. 相似三角形的性质

相似三角形的性质：

- 1、相似三角形的对应角 _____，对应边 _____，都等于 _____
- 2、相似三角形对应 _____ 的比、对应 _____ 的比、对应 _____ 的比以及 _____ 之比都等于相似比
- 3、相似三角形面积的比等于 _____

4. 相似三角形模型

反A字模型：

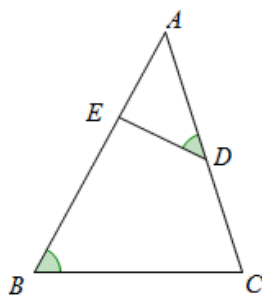


图1

图1中， $\angle ADE = \angle B$ ，则 _____ $\sim$ _____，_____。

反“8”字模型：

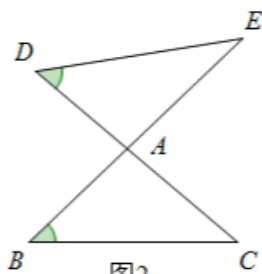


图2

图2中， $\angle B = \angle D$ ，则 _____ $\sim$ _____，_____。

双垂直模型：

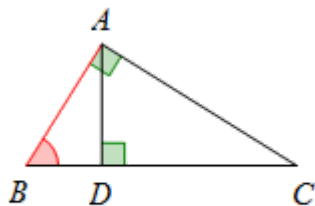


图2

如图2， $\angle BAC = \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ，则_____ $\sim$ _____ $\sim$ _____

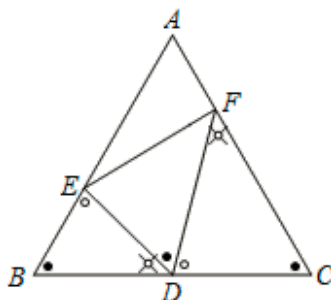
_____ $\sim$ _____，_____，即_____

_____ $\sim$ _____，_____，即_____

_____ $\sim$ _____，_____，即_____

同时利用等面积可知：_____

以等腰三角形为背景的“一线三等角”相似模型：

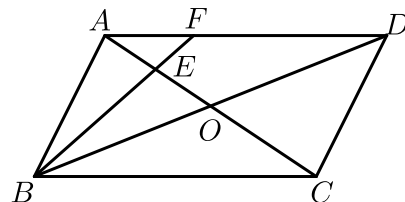


(1) 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = \angle EDF = \angle C$ ，则_____ $\sim$ _____。

(2) 特别地，若点D是BC的中点，那么还有_____ $\sim$ _____ $\sim$ _____。

栗子

18. 如图，在平行四边形ABCD中，AC，BD相交于点O，点E是OA的中点，连接BE并延长交AD于点F，已知 $S_{\triangle AEF} = 4$ ，则下列结论：① $\frac{AF}{FD} = \frac{1}{2}$. ② $S_{\triangle BCE} = 36$. ③ $S_{\triangle ABE} = 12$. ④ $\triangle AEF \sim \triangle ACD$ ，其中一定正确的是（ ）。



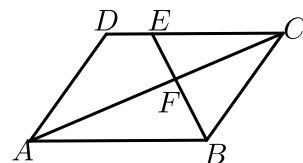
A. ①②③④

B. ①④

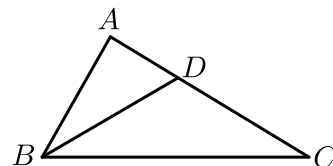
C. ②③④

D. ①②③

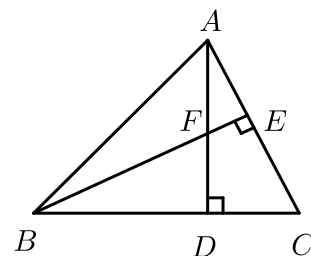
19. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在 DC 上，连接 BE 交对角线 AC 于点 F ，若 $DE:EC = 1:3$ ，则 $S_{\triangle EFC}:S_{\triangle BFA} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 2\angle C$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ，且 $AD = \sqrt{2}$ ， $BD = 2\sqrt{2}$ ，求 AB 的值。

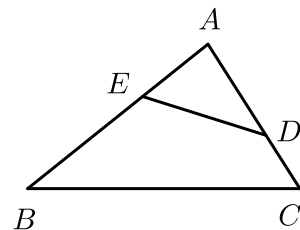


21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ ， $BE \perp AC$ ，垂足分别为 D ， E ， AD 与 BE 相交于点 F 。

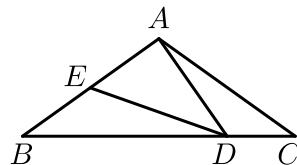


- (1) 求证： $\triangle ACD \sim \triangle BFD$ 。
 (2) 当 $AD:BD = 1:2$ ， $AC = 3$ 时，求 BF 的长。

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别为边 AC 、 AB 上的点，且 $\angle ADE = \angle B$ ， $AE = 3$ ， $AB = 8$ ，则 $AD \cdot AC =$ _____ 。



23. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 8$ ， D 、 E 分别为 BC 、 AB 边上一点， $\angle ADE = \angle C$ 。



(1) 求证： $\triangle BDE \sim \triangle CAD$ 。

(2) 若 $CD = 2$ ，求 BE 的长。

24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $CD \perp AB$ 于 D ， $DE \perp AC$ 于 E ， $DF \perp BC$ 于 F 。

求证： $\angle CFE = \angle A$ 。

